線形計画法

線形計画法　例題 1

生産計画の問題

- ある工場では 2 種類の製品 P1 と P2 を生産している
- P1 は 1 kg あたり 1 万円の利益の見込み
- P2 は 1 kg あたり 2 万円の利益の見込み
- 利益が最大になるように P1 と P2 を生産したい
- 1 日あたりの利益見込みが最大になるよう製品 P1 と P2 の 1 日あたりの生産量を決定せよ

- ただし，生産にあたっては次の 3 つの制約を満たす必要がある

使用原料制約

- 製品 P1 を 1 kg 生産するのに 1 kg の原料
- 製品 P2 を 1 kg 生産するのに 3 kg の原料
- 1 日あたりの最大使用可能量は 24 kg

労働時間制約

- 製品 P1 を 1 kg 生産するのに 4 時間の労働時間
- 製品 P2 を 1 kg 生産するのにも 4 時間の労働時間
- 1 日あたりの延べ労働時間は 48 時間以内

機械稼働時間制約

- 製品 P1 を 1 kg 生産するのに 2 時間の機械稼働時間
- 製品 P2 を 1 kg 生産するのに 1 時間の機械稼働時間
- 機械稼働時間は 1 日あたり 22 時間以内

線形計画問題の解き方

（１）生産計画問題（目的関数）の定式化

- 製品 P1 と P2 をそれぞれ x_1, x_2 kg 生産するとする（x_1, x_2 は決定するべき変数）
- P1 は 1 kg あたり 1 万円，P2 は 1 kg あたり 2 万円の利益見込み
- P1 を $x1$ kg，P2 を $x2$ kg 生産した時の利益見込み z (万円)は、$z = x_1 + 2x_2$（ z は目的関数）

（２）使用原料制約の定式化

- 製品 P1 を 1 kg 生産するのに 1 kg の原料
- 製品 P2 を 1 kg 生産するのに 3 kg の原料
- P1 を x_1 kg，P2 を x_2 kg 生産するには　$x_1 + 3x_2$ kg　の原料が必要
- 1 日あたりの最大使用可能量は　24 kg
- 使用原料の制約は，　$x1 + 3x_2 \leq 24$

（３）労働時間制約の定式化

- 製品 P1 を 1 kg 生産するのに 4 時間の労働時間
- 製品 P2 を 1 kg 生産するのに 4 時間の労働時間
- 製品 P1 を x_1 kg，製品 P2 を x_2 kg 生産するには　$4x_1 + 4x_2$ 時間の労働時間が必要
- 1 日あたりの延べ労働時間は 48 時間以内
- 労働時間に関する制約は，　$4x_1 + 4x_2 \leq 48$

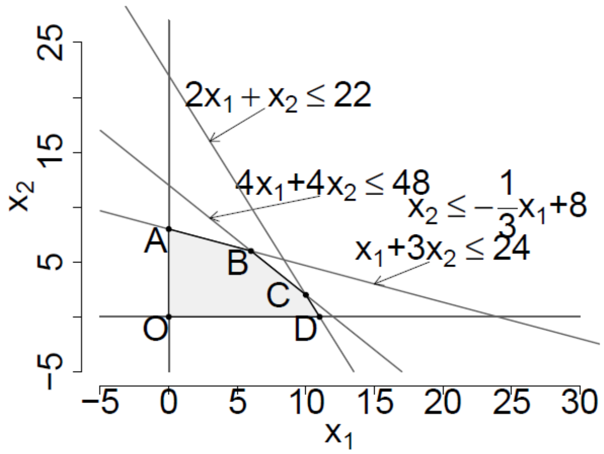
（４）機械稼働時間制約の定式化

- 製品 P1 を 1 kg 生産するのに 2 時間の機械稼働時間
- 製品 P2 を 1 kg 生産するのに 1 時間の機械稼働時間
- P1 を x_1 kg，製品 P2 を x_2 kg 生産するには　$2x_1 + x_2$ 時間の機械稼働時間が必要
- 機械稼働時間は 22 時間以内
- 機械稼働時間に関する制約は，　$2x_1 + x_2 \leq 22$

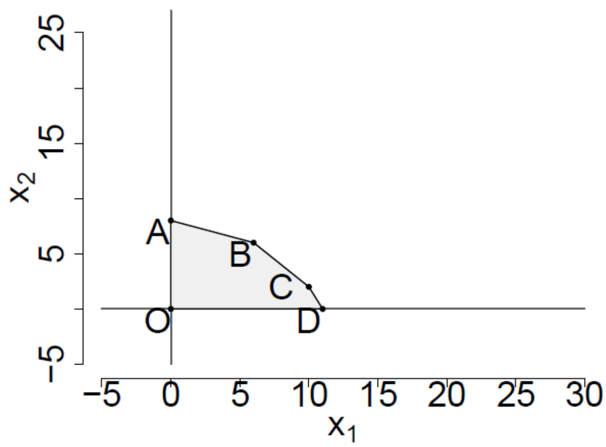
（５）まとめ

1 日あたりの利益を最大化		$z = x_1 + 2x_2$		
制約条件	使用原料制約	$x_1 + 3x_2 \leq 24$	機械稼働時間制約	$2x_1 + x_2 \leq 22$
	労働時間制約	$4x_1 + 4x_2 \leq 48$	非負条件	$x_1 \geq 0; x_2 \geq 0$

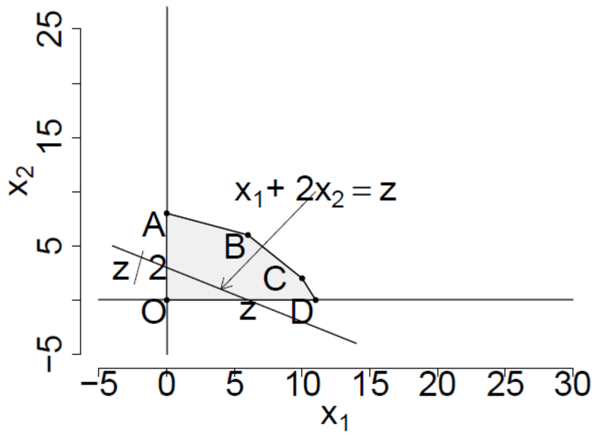
（6）図化



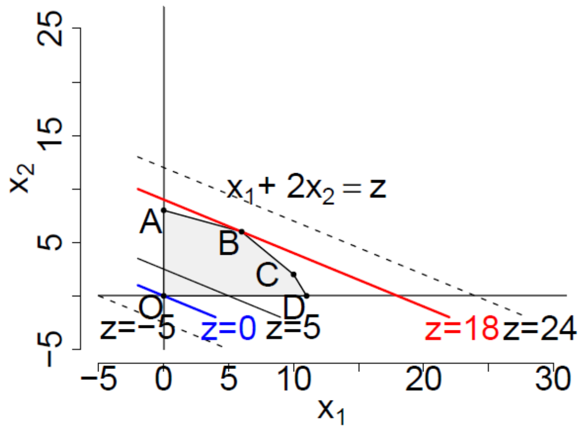
①制約関数を図化する



②すべての制約を満足するエリアを確定する



③目的関数を図化する



④利益 Z が最大になる点を見つける

（7）単純化

この線形計画問題は、結局のところ、以下のように単純化することができる。

$x_1; x_2$ が、
$$x_1 + 3x_2 \leq 24$$
$$4x_1 + 4x_2 \leq 48$$
$$2x_1 + x_2 \leq 22$$
$$x_1 \geq 0; x_2 \geq 0$$
を満たす時,
$$z = x_1 + 2x_2$$
の最大値，およびその時の $x_1; x_2$ を求めよ。

線形計画法　例題２

輸送の問題

- 送出元 S1，S2 から受取先 D1，D2，D3 に荷物を運ぶとき、輸送コストを最小化したときのコストを知りたい。ただし、送出元と受取先にはそれぞれ下表のとおり、トン数に制限がある。

送出量(トン)		受取量(トン)	
S1	80	D1	120
S2	160	D2	40
		D3	80

輸送コスト(千円/トン)			
	D1	D2	D3
S1	10	6	16
S2	8	8	10

（１）決定変数 x_{ij} は何か。

（２）輸送コストを z として、目的関数を定式化せよ。

（３）S1 からの送出量の制約を定式化せよ。

（４）S2 からの送出量の制約を定式化せよ。

（５）D1、D2、D3 の受取量の制約を定式化せよ。

（６）そのほかの条件を定式化せよ。

（７）最小コストはいくらか。

演習問題１

　ある高級和菓子店では、毎日ＡとＢの２種類の和菓子を作り、これを箱詰めしたセットαとβを販売している。それぞれの和菓子箱詰め個数と１セットあたりの利益は下表に示すとおりである。

	菓子Ａ	菓子Ｂ	販売利益（円）
箱詰めセットα	6 個	2 個	6,000
箱詰めセットβ	3 個	4 個	4,000

この店での日あたり最大製造能力は、和菓子Ａが 360 個、和菓子Ｂが 240 個である。製品をすべて出荷したときの日あたり販売利益を最大とするために線形計画法を使って検討する場合の説明として不適切なものを①～⑤から選べ。なお、検討にあたっては、販売利益を T、箱詰めセットα、βをそれぞれｘセット、ｙセット販売したものと仮定する。

① 目的関数は、販売利益Ｔ＝6000ｘ＋4000ｙである。

② ｘもｙも販売数量なので ｘ≧0、ｙ≧0 を境界条件とすることができる。

③ 和菓子の生産量に関する制約関数は、菓子 A について 6ｘ＋3ｙ≦360 個 である。

④ 和菓子の生産量に関する制約関数は、菓子 B について 2ｘ＋4ｙ≦240 個 である。

⑤ 販売利益Ｔが最大となるのは、x=120、y=0 の場合である。

演習問題２

　工場で資材Ａ、資材Ｂを用いて製品Ｘと製品Ｙを生産している。下表に示すように、製品１個生産するために、製品Ｘは資材Ａ、資材Ｂをそれぞれ３kg、 １ｋｇ、また、製品Ｙはそれぞれ１ kg、2 kg 必要とする。ただし、資材Ａ、資材Ｂの使用上限は、それぞれ９kg、 ８ｋｇである。各製品１個を売却すると、それぞれ３万円、２万円の利益が得られるものとする。全体の利益が最大となるように製品Ｘと製品Ｙの生産個数を決定したとき、その利益として正しいものはどれか。

	製品Ｘ	製品Ｙ	使用上限
資材Ａ (kg)	3	1	9
資材Ｂ（kg）	1	2	8
利益（万円/個）	3	2	

①　４万円　　②　６万円　　③　９万円　　④　10 万円　　⑤　12 万円