# ゲーム理論　その２

**１　復習問題・・・（　）に当てはまるゲーム理論のキーワードを答えよ。**

| 表１ | | B 社 | |
|---|---|---|---|
| | | 戦略１ | 戦略２ |
| A 社 | 戦略１ | (40, 45) | (30, 50) |
| | 戦略２ | (50, 35) | (20, 25) |

相手の戦略に対して自らの利得を最大にする戦略のことを、相手の戦略に対する（　　　　　　　　）という。

各プレイヤーのとる戦略が互いに相手の戦略に対する最適反応戦略の組み合わせになっている場合、それを（　　　　　　　　　　　　　）という。

**２　復習問題**

**表１で A 社、B 社ともに「戦略１」を選択していた時、次の設問に答えよ。**

（１）相手の戦略が戦略１のままで、自社が戦略２に変更したときの A・B 両社の戦略について評価せよ。

（２）両社が戦略１を選択するのはナッシュ均衡解かどうか判定せよ。

## ３　復習問題

**表１でＡ社が「戦略２」、Ｂ社が「戦略１」を選択していた時、次の設問に答えよ。**

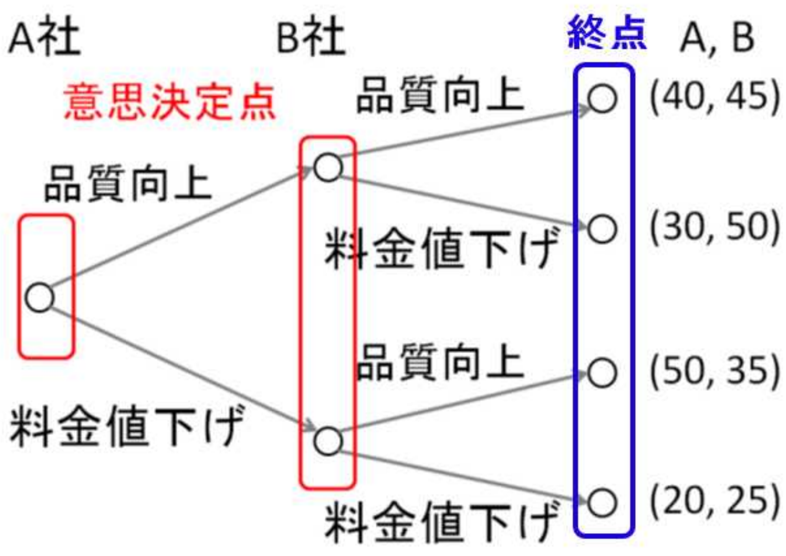
（１）相手の戦略がそのままのとき、自社だけが戦略を変更したときのＡ・Ｂ両社の戦略について評価せよ。

（２）Ａ社が「戦略２」、Ｂ社が「戦略１」を選択する組み合わせがナッシュ均衡解かどうか判定せよ。

## ４　展開型ゲーム・・・プレイヤーが交互に行動するゲーム（ターン制）

表１のゲームをＡ社とＢ社が交互に行うターン制にすると、「ゲームの木」で表すことができる。例えば、先にＡ社が行動して，次にＢ社が行動するということにする。

**ゲームの木**



**【ゲームの木】の使い方**

展開ゲームは、**最後の手番から**考えていく！最後の手番からプレイの順序とは逆に考えて，解を導出する方法を先読み推論あるいは逆向き推論という。

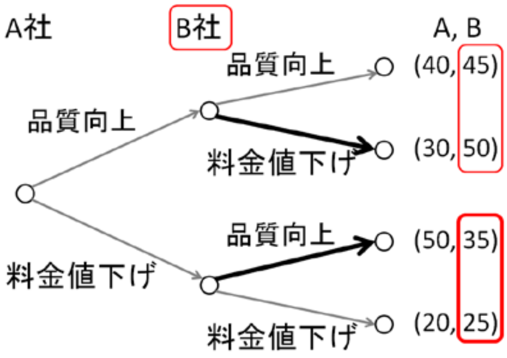
①まず、A 社が先に行動するゲームとして、B 社の手番からスタート

②一番左の点は A 社の意思決定点で、A 社は品質向上か料金値下げを選択

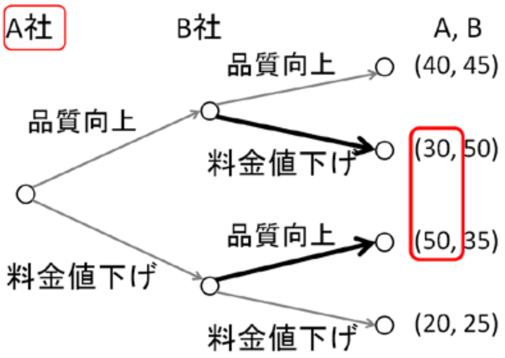
③左から 2 番目の 2 個の点は B 社の意思決定点

上の点・・A 社が品質向上を選択した場合に、B 社が品質向上か料金値下げを選択

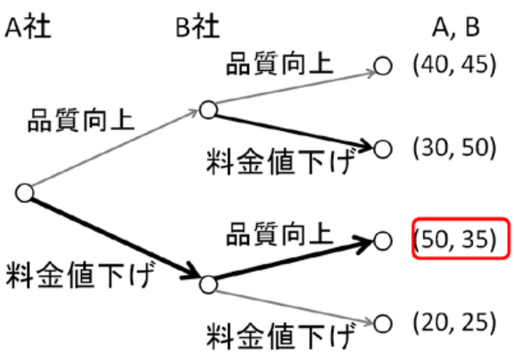
下の点・・A 社が料金値下げを選択した場合に、B 社が品質向上か料金値下げを選択




④次に、A 社の手番を考える




⑤一番右の点は終点で、B 社が行動を選択するとゲームは終わり




ナッシュ均衡解と一致する！

## 5　マックスミニ戦略

| 表２ | | プレイヤーB | |
|---|---|---|---|
| | | 戦略１ | 戦略２ |
| プレイヤーA | 戦略１ | (60, 40) | (45, 55) |
| | 戦略２ | (55, 45) | (50, 50) |

マックスミニ戦略とは、自分の戦略に対して、相手は自分の利得が最小となる戦略を　選択するものとして、想定される最小の利得を最大とする戦略である。

マックスミニ戦略はリスクを最小にする戦略と解釈できる。

2 人定和ゲームとは、自分と相手の利得の和が一定となるゲームのこと。

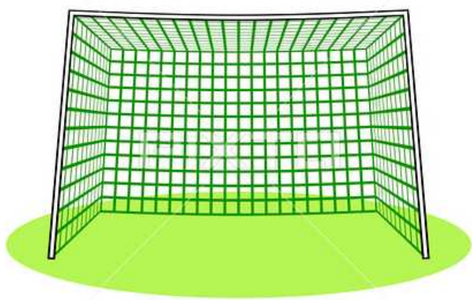
特に、自分と相手の利得の和が零となるゲームは、2 人ゼロ和ゲームと呼ばれる。

２人定和ゲームにおいては、マックスミニ解とナッシュ均衡解が一致する。

表２のゲームは、プレイヤーA とプレイヤーB の利得の和が常に 100 となっているので、2 人定和ゲームである。

## 6　２人定和ゲームにおける混合戦略

サッカーのペナルティキック（PK）を考える。キッカーはゴールの右隅か左隅に狙いをつけてボールを蹴り、ゴールキーパー（GK）は、キッカーがボールを蹴る方向を予想して飛び、ゴールを防ごうとするものとする。



・キッカーの蹴った方向にゴールキーパー(GK) が飛ぶと、ゴールの確率が低くなる

・キッカーの利得はゴールの確率

・キーパーの利得はゴールされない確率（１から表３の確率を引いた数値は省略）

| 表３ | | GK | |
|---|---|---|---|
| | | 右 | 左 |
| キッカー | 右 | 0.4 | 0.9 |
| | 左 | 0.8 | 0.4 |

**【キッカーの立場から考える】**

①キッカーが右にける確率を *p* とする。

②まず、GK が右に飛んだ時のゴールの確率の期待値を求める。

キッカーが、 右にけった時のゴール確率＝[　　　　　　]

左にけった時のゴール確率=[　　　　　　] なので、

キッカーが確率 *p* で右にけった時のゴールの確率の期待値は、

[　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　]

となる。

GK が右に飛ぶので、[　 ]にける確率が大きいほどゴールの確率が小さくなる。

③次に、GK が左に飛んだ時のゴールの確率の期待値を求める。

キッカーが、 右にけった時のゴール確率＝[　　　　　　]

左にけった時のゴール確率=[　　　　　　] なので、

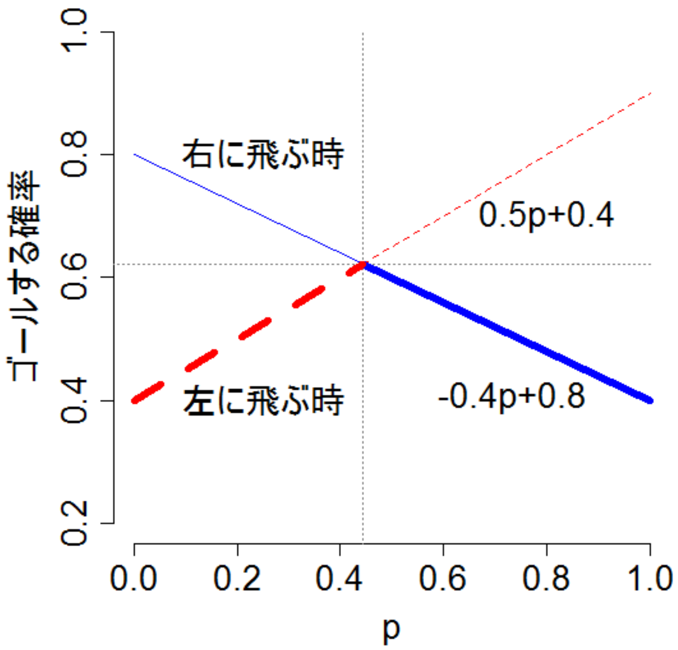
キッカーが確率 *p* で右にけった時のゴールの確率の期待値は、

[　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　]

となる。

GK が左に飛ぶので、[　 ]にける確率が大きいほどゴールの確率が大きくなる。

④以上を図示すると、次のようになる。




上図において、

縦軸は [　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　]

横軸は [　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　]

を示す。

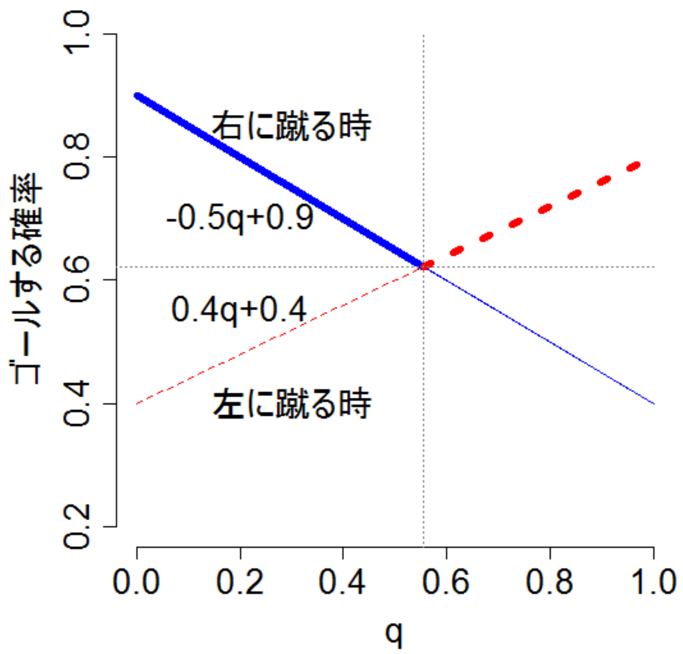
_ 青い右下がりの実線は、［　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　］
_ 赤い右上がりの破線は、［　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　］

●マックスミニ戦略では、GK はゴールの確率が［　　　　　　］方に飛ぶと考えられる。
　つまり、キッカーが右にける確率 $p$ が小さい時、すなわち左にける確率が高い時には、GK が左に飛ぶ方がゴールの確率は小さくなるので、GK は左に飛ぶと考える。
　逆に、キッカーが右にける確率 $p$ が大きい時には、GK が右に飛ぶ方がゴールの確率は小さくなるので、GK は右に飛ぶと考える。
_ 上の図から、ゴールの確率の小さい方の値が最大になるのは、2 つの直線が交わる時であることが分かる。(=想定される最小の利得を最大とする戦略ということ)

_ GK が右に飛ぶときのゴールの確率は、［　　　　　　　　　　　　　　　　　　］
_ GK が左に飛ぶときのゴールの確率は、［　　　　　　　　　　　　　　　　　　］
_ これらのうち小さい方の値が最大になるのは、両式の値が等しい時であるから、方程式［　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　］を解くと、
［　　　　　　　　　　］となる。すなわち、右にける確率を［　　　　　］とするのが最適で、この時のゴールの確率の期待値は［　　　　　　］となる。

**【GK の立場から考える】**
①GK が右に飛ぶ確率を $q$ とする。
②まず、キッカー が右にけった時のゴールの確率の期待値を求める。
GK が、右に飛んだ時のゴール確率＝［　　　　　］
　　　左に飛んだ時のゴール確率=［　　　　　］ なので、
GK が確率 $q$ で右に飛んだ時のゴールの確率の期待値は、
［　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　］
となる。
③次に、キッカー が左にけった時のゴールの確率の期待値を求める。
GK が、右に飛んだ時のゴール確率＝［　　　　　］
　　　左に飛んだ時のゴール確率=［　　　　　］ なので、
GK が確率 $q$ で右に飛んだ時のゴールの確率の期待値は、
［　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　］
となる。

④以上を図示すると、次のようになる。




上図において、

縦軸は [　　　**ゴールする確率の期待値**　　　]

横軸は [　　　　　　　　　　　　　　　　　　]

を示す。

_ 青い右下がりの実線は、 [　　　　　　　　　　　　　　　　　]

_ 赤い右上がりの破線は、 [　　　　　　　　　　　　　　　　　]

_ キッカーが右に蹴るときのゴールの確率は、[　　　　　　　　　　]

_ キッカーが左に蹴るときのゴールの確率は、[　　　　　　　　　　]

_ これらのうち [ 大きい ] 方の値が [ 最小 ] になるのは、両式の値が等しい時であるから、方程式 [　　　　　　　　　　　　　　　　　] を解くと、

[　　　　　　　　　]となる。

すなわち、右に飛ぶ確率を [　　　　] とするのが最適で、この時のゴールの確率の期待値は[　　　　　] となる。

このゴールの確率は、キッカーの立場からゴールの確率が最大になるようにした場合と [　　　] 値になる。

## 7　囚人のジレンマ・・・繰り返しゲームにおける協調的現象

共同で重罪を犯した 2 人の容疑者 A と B が別件の微罪で捕まった。
しかし、重罪の方の証拠は状況証拠だけで、容疑者は 2 人とも完全黙秘している。
そこで警察は容疑者 A と B を順に訪れ次のような司法取引をもちかけた。

・容疑者が 2 人とも黙秘するなら、2 人とも懲役 2 年とする.
・一方の容疑者が自白し、もう一方の容疑者が黙秘するなら、自白した容疑者は懲役 1 年に減刑し、黙秘した容疑者は懲役 15 年とする.
・容疑者が 2 人とも自白するなら、2 人とも懲役 10 年とする.

各容疑者は、懲役を短くするために黙秘すべきか、それとも自白すべきか…容疑者は別室に隔離されているため、お互いに相談するのは不可能である。


**【問題 1】**
A と B の立場になって考えてみなさい。
（1） A はどのように立ち振る舞えば最も懲役年数を少なくできるか。
（2） B はどのように立ち振る舞えば最も懲役年数を少なくできるか。
（3）囚人のジレンマという意味を説明せよ。

**【問題 2】**
懲役を終えて娑婆に出た A と B は、その後、何度も凶悪事件を犯して収監された。
（1）収監回数が有限回の場合の A と B の立ち振る舞いはどうすればよいか。
（2）収監回数が無限回の場合の A と B の立ち振る舞いはどうすればよいか。