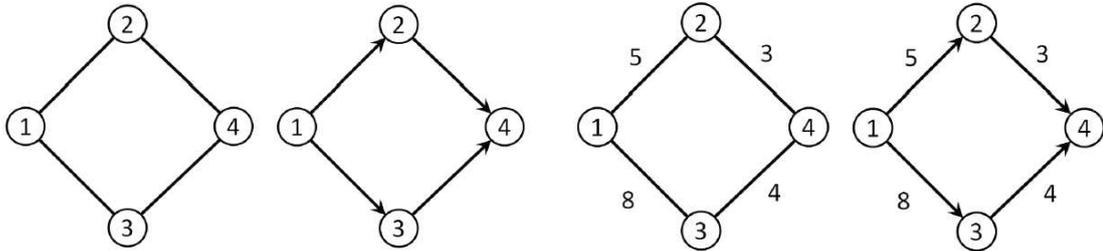


# ネットワーク計画法

## 1 ネットワーク計画問題とは

ネットワーク構造を持つ対象・事象における, 特定の目的に対する最適解を求める問題  
 現実世界・・・交通網、通信網、人間関係などネットワーク構造を持つシステムは多い  
 最適化問題・・・目的地への最短経路の発見 最大フロー問題・・・宅配の配送計画  
 最小木問題・・・学校内の LAN 構築 最小費用フロー問題・・・同上

## 2 グラフ表現



無向グラフ

有向グラフ

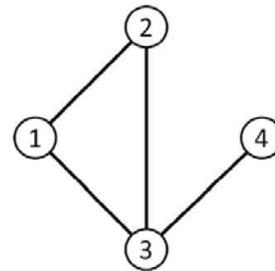
枝に重みを与えられる

点：事象や対象、枝：各々の関係を表す

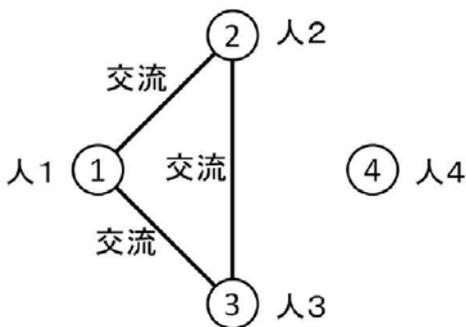
重みは、点の間の距離など様々な事柄を表現

## 3 数学的表現

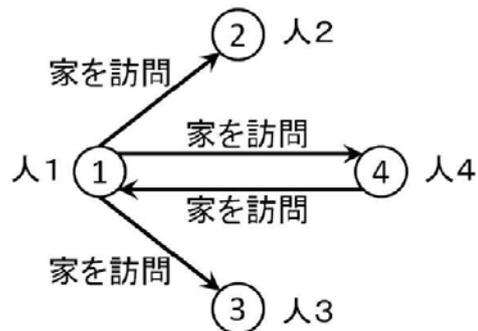
- ・ 点  $i$  と点  $j$  を結ぶ枝  $(i, j)$
- ・ 点の集合  $V$ , 枝の集合  $E$
- ・ グラフ  $G = (V, E)$
- ・  $V = \{1, 2, 3, 4\}$
- ・  $E = \{(1, 2), (1, 3), (2, 3), (3, 4)\}$



## 4 ネットワーク表現



無向グラフによる交流の表現



有向グラフによる交流の表現

点で人, 枝で家の訪問を表現

## 5 ネットワーク表現の基礎

問題1 道路や鉄道などの交通網を考えると、それぞれ表現すべきものは何が適切か？

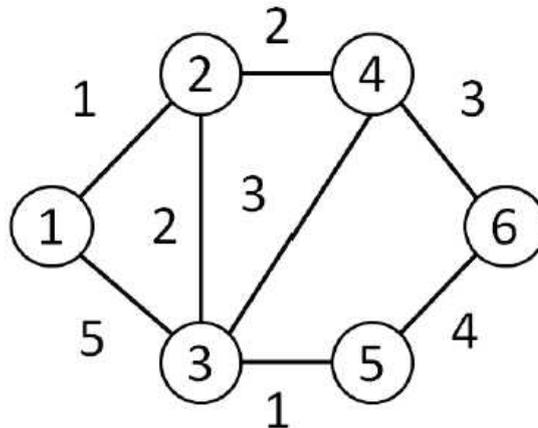
点	
枝	
重み	

問題2 情報通信ネットワークを考えると、それぞれ表現すべきものは何が適切か？

点	
枝	
重み	

## 6 最短路問題

例題 下図で、点は地点、枝は道路、重みは枝で結ばれた地点間の距離である。地点1 から地点5 に最短で移動する経路を求めよ。



定式化 (1) 決定変数を定義

- 地点  $i$  と地点  $j$  を結ぶ道路・・・枝  $(i, j)$
- 枝  $(i, j)$  が最短路に **含まれる**・・・ $x_{ij} = 1$   
**含まれない**・・・ $x_{ij} = 0$

定式化 (2) 目的関数

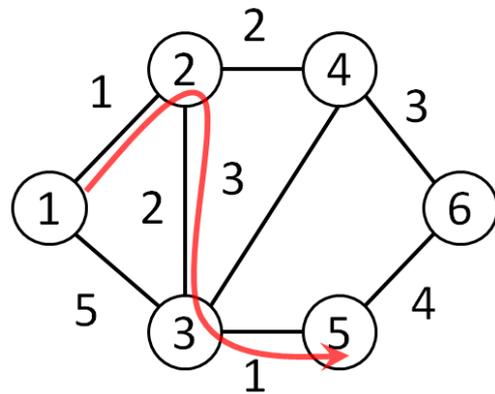
- 枝  $(i, j)$  の重み  $w_{ij}$  :  $(i, j)$  間の距離
- 移動距離  $z =$  すべての枝  $(i, j)$  に対する,  $w_{ij} \times x_{ij}$  の総和 =  $\sum(w_{ij} \cdot x_{ij})$
- つまり、移動距離  $z$  を最小化する  $x_{ij}$  の値を決定

定式化 (3) 始点の制約・・・出発地点の制約

出発地点  $s$  では、他の 1 地点へ出るだけで、  
他の地点からは入らない

問題 次式の意味は？

$$\sum x_{sj} - \sum x_{js} = 1$$



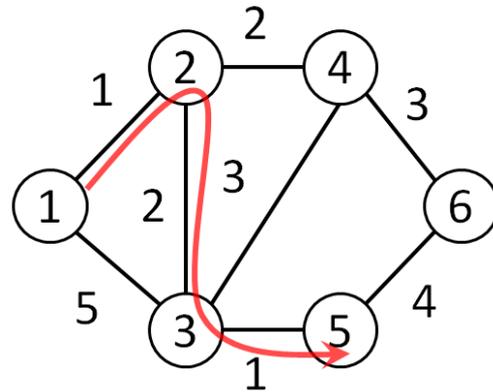
定式化 (4) 終点の制約・・・到着地点の制約

到着地点  $t$  では、他の 1 地点から入るだけ  
問題 次式の意味は？  
だけで、他の地点に出ない

$$\sum x_{tj} - \sum x_{jt} = -1$$

定式化 (5) そのほかの地点の制約・・・出発地点と到着地点以外の制約

- 各地点  $i$  ( $s, t$  以外)
- 他の 1 地点から入って別の 1 地点に出る
- その地点を通らない



問題 次式の意味は？

$$\sum x_{ij} - \sum x_{ji} = 0$$

- ① 出発地点  $s$ 、到着地点  $t$  以外の地点で、その地点が最短路に含まれる場合を考えます。  
 例えば地点 2 は最短路に含まれていますが、最短路においては、地点 2 には地点 1 から入り、地点 2 からは地点 3 へ出ています。すなわち、地点 2 の出入りは共に 1 つです。
- ② 出発地点  $s$ 、到着地点  $t$  以外の地点で、その地点が最短路に含まれない場合を考えます。  
 例えば地点 4 は最短路に含まれていません。したがって、地点 4 の出入りはありません。
- ③ 注目する地点を  $i$  とすると、地点  $i$  が最短路に含まれる時、 $x_{ij}$  の総和および  $x_{ji}$  の総和は 1 です。  
 地点  $i$  が最短路に含まれない時、 $x_{ij}$  の総和および  $x_{ji}$  の総和は 0 です。  
 これらをまとめて表現すると、 $x_{ij}$  の総和から  $x_{ji}$  の総和を引くと 0 となります。

定式化 (6) まとめ

移動距離	$z = \sum w_{ij}x_{ij}$	最小化
始点 $s$ の出入	$\sum x_{sj} - \sum x_{js} = 1$	
終点 $t$ の出入	$\sum x_{tj} - \sum x_{jt} = -1$	制約条件
その他地点の出入	$\sum x_{ij} - \sum x_{ji} = 0$	
$x_{ij}$ の非負条件	$x_{ij}$ は 0 か 1	

結局、上記の最短経路問題は、線形計画問題として定式化できる。

問題 上記で定式化した式に具体的な数値を入れて、最短経路を特定しなさい。